

INCOMPLETE INFORMATION AND HETEROGENEOUS BELIEFS IN CONTINUOUS-TIME FINANCE



ALEXANDRE ZIEGLER

Remerciements

Recevoir le prix Latsis est, pour tout scientifique de notre pays, un grand honneur et une immense distinction, et je suis par conséquent extrêmement heureux que le jury de l'Université de St.-Gall et le Conseil de la Fondation Latsis aient jugé mon travail digne de ce prix. Je tiens à remercier la Fondation Latsis pour sa générosité. De nombreuses personnes ont contribué à rendre ceci possible : les professeurs Darrell Duffie, Heinz Müller et Heinz Zimmermann (lauréat du prix Latsis en 1989), qui m'ont conseillé et soutenu dans mes travaux, ainsi que ma famille, mes amis et mes collègues, qui supportent une personne parfois un peu rêveuse.

Introduction

L'immense majorité des théories classiques des marchés financiers considère comme connus le rendement moyen et le risque des actifs financiers. Alors que le risque peut être estimé avec précision, tel n'est malheureusement pas le cas pour le rendement moyen. En effet, des résultats théoriques obtenus en statistiques démontrent que l'estimation d'une moyenne est en général plus délicate et beaucoup moins stable que l'estimation d'une mesure de dispersion comme le risque. Par conséquent, alors que l'hypothèse que le risque des actifs est connu est relativement défendable, celle que leurs rendements attendus le sont également l'est beaucoup moins.

L'impossibilité d'estimer les rendements moyens avec précision signifie que les investisseurs agissant sur les marchés financiers font face à deux sources de risque :

1. La première, analysée par les théories classiques, est le risque de fluctuation des cours.
2. La seconde découle de l'incertitude des investisseurs quant à la vraie valeur du rendement attendu.

La présence de cette seconde source de risque soulève un certain nombre de questions, qui constituent l'objet de mes travaux :

1. Tout d'abord, quel est l'impact de cette incertitude supplémentaire sur le prix des actifs financiers ? En particulier, est-il vrai qu'elle conduit

à une baisse de la valeur des actifs ? En d'autres termes, est-il vrai que le prix d'un actif dont on ne connaît pas le rendement moyen est nécessairement plus bas que celui d'un actif dont le rendement moyen est connu, comme on pourrait le supposer intuitivement ?

2. La seconde série de questions est suscitée par l'observation suivante : Si les rendements attendus ne sont pas connus des investisseurs et doivent être estimés par ces derniers, il n'est plus garanti que tous les investisseurs aient des attentes similaires, comme on le suppose en général dans la théorie classique. Il est fort probable que les investisseurs seront en désaccord quant au rendement moyen des différents actifs, bref, que leurs opinions quant au futur divergent. Quelles conséquences ceci aura-t-il pour les portefeuilles qu'ils détiendront, pour leur consommation future, et pour les prix des actifs financiers ?

Pour la clarté de l'exposé, je vais présenter ici quelques-unes des réponses à ces questions d'une manière aussi intuitive que possible, ainsi que leurs conséquences pour la pratique. Commençons par la première, l'impact de l'incertitude sur les prix.

1. L'Impact de l'Incertitude sur les Prix

La réponse à la première question est qu'une meilleure information des acteurs ne conduit pas nécessairement à des prix plus élevés sur le marché. Bien au contraire, il peut arriver que les prix *augmentent* lorsque la qualité de l'information se détériore.

Afin de comprendre pourquoi ceci se produit, comparons deux entreprises. Supposons que chacune de ces entreprises sera liquidée dans 4 ans et que chacune a fait, cette année (en l'an 0), un bénéfice de 1 franc. Dans le cas de la première entreprise, ce bénéfice va croître de 10 % par an pendant 4 ans. Le bénéfice de la seconde entreprise va quant à lui soit rester constant, soit croître de 20 % par an, la probabilité de chacune de ces deux situations étant de 50 %.

En d'autres termes, le taux de croissance moyen du bénéfice annuel des deux entreprises est de 10 %. Dans le cas de la première, les investisseurs sont certains que cette croissance sera de 10 %, alors que dans le cas de la seconde, ils ne savent pas si cette croissance sera de 20 % ou de 0 %.

Dans cette situation, le bénéfice annuel moyen des deux entreprises est donc le suivant :

Année	1	2	3	4
Entreprise 1	1.1	1.21	1.331	1.4641
Entreprise 2	$\frac{1 + 1.2}{2} = 1.1$	$\frac{1 + 1.44}{2} = 1.22$	$\frac{1 + 1.728}{2} = 1.364$	$\frac{1 + 2.0736}{2} = 1.5368$

Quelle est la valeur des actions des deux entreprises ? Si l'on ignore l'effet du taux d'intérêt et du risque – une simplification qui n'enlève rien à la validité du résultat –, la valeur de chacune des entreprises est simplement la somme des valeurs de ses bénéfices futurs. La première entreprise vaut donc

$$1.1 + 1.21 + 1.331 + 1.4641 = 5.1051,$$

alors que la seconde vaut

$$1.1 + 1.22 + 1.364 + 1.5368 = 5.2208.$$

La valeur de l'entreprise au sujet de laquelle l'incertitude est la plus grande est donc *plus élevée*.

S'agit-il ici simplement d'un exercice purement théorique sans aucune conséquence quelconque pour le monde réel ? Malheureusement pas. Le phénomène que nous avons observé ici peut notamment expliquer les prix extrêmement élevés des actions de sociétés de la nouvelle économie à la fin des années nonante – un phénomène généralement qualifié de *bulle internet*. En effet, que savait-on réellement des perspectives de rentabilité de sociétés comme amazon ou yahoo en 1999 ? Pas grand chose.

L'analyse présentée ici démontre que des prix élevés sont parfaitement justifiés tant que la qualité de l'information est mauvaise, mais qu'ils doivent *chuter au moment où cette dernière s'améliore*. Ceci est assez proche de ce qui a été observé sur les marchés. Bien sûr, le phénomène décrit ici ne constitue pas la seule et unique raison de la bulle internet, mais y a contribué.

Passons maintenant à la seconde question, l'impact des divergences d'opinion sur les portefeuilles, la consommation et les prix.

2. L'Impact des Divergences d'Opinion sur les Portefeuilles, la Consommation et les Prix

Comme nous l'avons vu, lorsque les rendements attendus doivent être estimés, les investisseurs auront en règle générale des opinions diffé-

